$\cdot |a| = \sqrt{1^2 + \left(-\sqrt{3}\right)^2} = 2$ et $\begin{cases} \cos[\arg(a)] = \frac{1}{2} \\ \sin[\arg(a)] = \frac{-\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \arg(a) \equiv -\frac{\pi}{3}\ [2\pi]$

D'où $a = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$.

$\cdot \dfrac{b}{1-a} = \dfrac{(1+i)\sqrt{3}}{1-\left(1-i\sqrt{3}\right)} = \dfrac{(1+i)\sqrt{3}}{i\sqrt{3}} = 1-i.$

D'après un théorème : on conclut que g est la similitude directe de centre le point Ω d'affixe $(1-i)$, de rapport 2 et d'angle $-\frac{\pi}{3}$.

2/ h est l'homothétie de centre Ω et de rapport $\frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ h est la similitude directe de centre Ω, de rapport $\frac{1}{2}$ et d'angle 0.

De plus g est la similitude directe de centre Ω, de rapport 2 et d'angle $-\frac{\pi}{3}$ donc $f = h \circ g$ est la similitude directe de centre Ω, de rapport $2 \times \frac{1}{2} = 1$ et d'angle $0 + \left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\pi}{3}$.

Par suite $f = h \circ g$ est la rotation de centre Ω et d'angle $-\frac{\pi}{3}$.

3/ Les deux points O(0) et A(1 + i) sont dans D

D'où D=(OA).

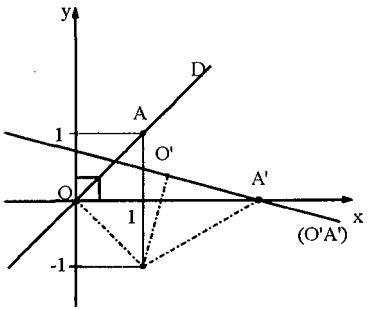
Par suite $f(D) = f[(OA)] = (O'A')$ avec O'=f(O) et A'=f(A).

$\cdot$ f est la rotation de centre $\Omega(1-i)$ et d'angle $-\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow f : M(z) \mapsto M'(z')$ tel que $z' = e^{-i\frac{\pi}{3}} z + \left(1 - e^{-i\frac{\pi}{3}}\right)(1-i)$

Ainsi $O(0) \overset{f}{\mapsto} O'(z_{O'})$ avec $z_{O'} = e^{-i\frac{\pi}{3}} \times 0 + \left(1 - e^{-i\frac{\pi}{3}}\right)(1-i)$

$= \frac{1+\sqrt{3}}{2} + i\frac{\sqrt{3}-1}{2}.$

$A(1+i) \overset{f}{\mapsto} A'(z_{A'})$ tel que $z_{A'} = e^{-i\frac{\pi}{3}}(1+i) + \left(1 - e^{-i\frac{\pi}{3}}\right)(1-i)$

$= 1 - i + i + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{3}.$